

# ИНФОРМАТИКА

/ тема номера:

**ЕГЭ: СЗ**

21

издательский дом

**Первое сентября**

| ИНФОРМАТИКА

| Индексы подписки | Почта России – 79006 (инд.); – 79574 (орг.) | Роспечать – 32291 (инд.); – 32591 (орг.)

# В НОМЕРЕ

**3** **Новость № 1**  
На острие карандаша

**4** **Алгоритмизация  
и программирование**  
Космический робот РобоТор

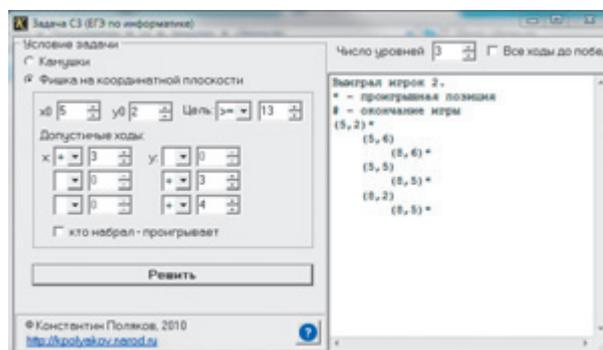
**10** **Внеклассная работа**  
IT-кубок игры "Что? Где? Когда?"

**12** **Тема номера**  
ЕГЭ: СЗ

**22** **Газета для пытливых учеников  
и их талантливых учителей**  
"В МИР ИНФОРМАТИКИ" № 151

**29** **Информация**  
Дистанционные курсы педагогического  
университета "Первое сентября"  
12-я Международная ярмарка  
интеллектуальной литературы "Non/fiction"

# На диске



Электронные материалы  
к этому номеру будут размещены  
на диске в № 22.

Программа для решения задач СЗ.  
Автор – К.Ю. Поляков

# ИНФОРМАТИКА

Учебно-методическая газета  
для учителей информатики  
Основана в 1995 г.  
Выходит два раза в месяц

РЕДАКЦИЯ:  
гл. редактор С.Л. ОСТРОВСКИЙ  
редакторы

Е.В. АНДРЕЕВА,  
Д.М. ЗЛАТОПОЛЬСКИЙ  
(редактор вкладки  
"В мир информатики")

верстка Н.И. ПРОНСКАЯ  
корректор Е.Л. ВОЛОДИНА  
секретарь Н.П. МЕДВЕДЕВА  
Фото: фотобанк Shutterstock  
Газета распространяется  
по подписке  
Цена свободная  
Тираж 3000 экз.  
Тел. редакции: (499) 249-48-96  
E-mail: inf@1september.ru  
http://inf.1september.ru

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ  
"ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ"

**Главный редактор:**  
Артем Соловейчик  
(Генеральный директор)  
**Коммерческая деятельность:**  
Константин Шмарковский  
(Финансовый директор)

**Развитие, IT  
и координация проектов:**  
Сергей Островский  
(Исполнительный директор)

**Реклама и продвижение:**  
Марк Сартан

**Мультимедиа, конференции  
и техническое обеспечение:**  
Павел Кузнецов

**Производство:**  
Станислав Савельев

**Административно-  
хозяйственное обеспечение:**  
Андрей Ушков

**Дизайн:**  
Иван Лукьянов, Андрей Балдин

**Педагогический университет:**  
Валерия Арсланьян (ректор)

ГАЗЕТЫ  
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА:

**Первое сентября** – Е.Бирюкова  
**Английский язык** – А.Громушкина  
**Библиотека в школе** – О.Громова  
**Биология** – Н.Иванова  
**География** – О.Коротова  
**Дошкольное  
образование** – М.Аромштам  
**Здоровье детей** – Н.Сёмина  
**Информатика** – С.Островский  
**Искусство** – М.Сартан  
**История** – А.Савельев  
**Классное руководство  
и воспитание  
школьников** – О.Леонтьева  
**Литература** – С.Волков  
**Математика** – Л.Рослова  
**Начальная школа** – М.Соловейчик  
**Немецкий язык** – М.Бузоева  
**Русский язык** – Л.Гончар  
**Спорт в школе** – О.Леонтьева  
**Управление школой** – Я.Сартан  
**Физика** – Н.Козлова  
**Французский язык** – Г.Чесновицкая  
**Химия** – О.Блохина  
**Школьный психолог** – И.Вачков

УЧРЕДИТЕЛЬ:  
ООО "ЧИСТЫЕ ПРУДЫ"

**Зарегистрировано  
ПИ № 77-72230  
от 12.04.2001**  
в Министерстве РФ  
по делам печати  
Подписано в печать:  
по графику 07.10.2010,  
фактически 07.10.2010  
Заказ №  
Отпечатано в ОАО "Чеховский  
полиграфический комбинат"  
ул. Полиграфистов, д. 1,  
Московская область,  
г. Чехов, 142300

**АДРЕС ИЗДАТЕЛЯ:**  
ул. Киевская, д. 24,  
Москва, 121165  
**Тел./факс:** (499) 249-31-38  
**Отдел рекламы:**  
(499) 249-98-70  
<http://1september.ru>

**ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ПОДПИСКА:**  
**Телефон:** (499) 249-47-58  
**E-mail:** [podpiska@1september.ru](mailto:podpiska@1september.ru)



Документооборот  
Издательского дома  
"Первое сентября" защищен  
антивирусной программой  
Dr.Web

# ЕГЭ: СЗ

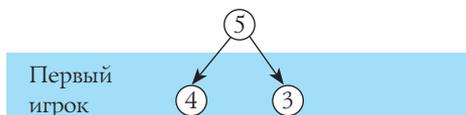
К.Ю. Поляков,  
Санкт-Петербург

Информатиков нередко упрекают в том, что они (мы) разговаривают на каком-то своем языке, плохо понятном для “непосвященных”. Да еще и сыпят аббревиатурами вроде “WWW”, “HTTP”, “TCP/IP” и т.п. Вот и название нашей статьи получилось несколько лаконичным. Тем не менее уверены: подобные “шифровки” в последние годы научились понимать многие.

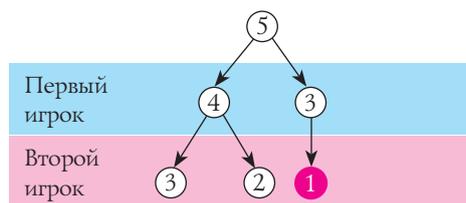
Итак, задача СЗ ЕГЭ по информатике. В ней всегда предлагается некоторая *простая* игра. В простых играх можно найти выигрышную стратегию, просто перебрав все возможные варианты ходов соперников.

Для примера рассмотрим такую игру: сначала в кучке лежит 5 спичек; два игрока убирают спички по очереди, причем за один ход можно убрать 1 или 2 спички; выигрывает тот, кто оставит в кучке 1 спичку.

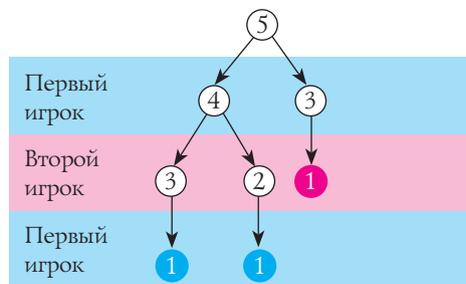
Первый игрок может убрать 1 спичку (в этом случае их останется 4) или сразу 2 (останется 3), эти два варианта можно показать на схеме:



Если первый игрок оставил 4 спички, второй может своим ходом оставить 3 или 2; а если после первого хода осталось 3 спички, второй игрок может выиграть, взяв 2 спички и оставив 1:



Если осталось 3 или 2 спички, то первый игрок (в обеих ситуациях) выигрывает своим ходом:



Построенная схема называется “деревом игры”, она показывает все возможные варианты, начиная с некоторого начального положения (для того чтобы не загромождать схему, если из какого-то положения есть выигрышный ход, мы не рисовали другие варианты).

В любой ситуации у игрока есть два возможных хода, поэтому от каждого узла этого дерева отходят две “ветки”, такое дерево называется *двоичным* (если из каждого положения есть три варианта продолжения, дерево будет *троичным*).

Проанализируем эту схему: если первый игрок своим первым ходом взял 2 спички, то второй сразу выигрывает;

если же он взял 1 спичку, то своим вторым ходом он может выиграть, независимо от хода второго игрока.

Кто же выигрывает при правильной игре? Для этого нужно ответить на вопросы:

1) “Может ли первый игрок выиграть, независимо от действий второго?”

2) “Может ли второй игрок выиграть, независимо от действий первого?”

Ответ на первый вопрос — “да”; действительно, убрав всего 1 спичку первым ходом, первый игрок всегда может выиграть на следующем ходу.

Ответ на второй вопрос — “нет”, потому что если первый игрок сначала убрал 1 спичку, второй всегда проигрывает, если первый не ошибется.

Таким образом, при правильной игре выигрывает первый игрок; для этого ему достаточно первым ходом убрать всего 1 спичку.

В некоторых играх, например в рэндзю (крестики-нолики на бесконечном поле), нет выигрышной стратегии, то есть при абсолютно правильной игре обоих противников игра бесконечна (или заканчивается ничьей); кто-то может выиграть только тогда, когда его соперник по невнимательности сделает ошибку.

Полный перебор вариантов реально выполнить только для очень простых игр; например, в шахматах сделать это за приемлемое время не удастся (дерево игры очень сильно разветвляется, порождая огромное количество вариантов).

В демонстрационных вариантах ЕГЭ рекомендуется записывать дерево в виде таблицы (фактически повернув его “на бок”), так получается более компактно:

|   | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок |
|---|--------------|--------------|--------------|
| 5 | 4            | 3            | 1            |
|   | 3            | 2            | 1            |
|   |              | 1            |              |

### Пример задания

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами (5, 2). Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x, y) в одну из трех точек: или в точку с координатами (x+3, y), или в точку с координатами (x, y+3), или в точку с координатами (x, y+4). Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами (0, 0) не меньше 13 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

### Решение (вариант 1, полное дерево игры, “поиск в ширину”)

1) Из каждой ситуации в этой игре возможно три продолжения, поэтому дерево получается тричным.

2) По теореме Пифагора расстояние  $L$  от точки с координатами (x, y) до начала координат — это квадратный корень из суммы квадратов координат:

$L = \sqrt{x^2 + y^2}$ ; чтобы избавиться от вычисления квадратного корня, нужно перейти от заданного условия  $L \geq 13$  к равносильному условию в целых числах:  $L^2 \geq 13^2 = 169$ .

3) В начальный момент  $L^2 = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$ , условие не выполнено.

4) Первый игрок имеет три варианта хода, запишем их в таблицу, указывая для каждого положения координаты (в скобках) и значение  $L^2$  (мелким шрифтом):

|          | Первый игрок |
|----------|--------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     |
|          | (5,5) 50     |
|          | (5,6) 61     |

5) Видим, что одним ходом первый игрок никак не может выиграть (для всех вариантов  $L^2 \leq 169$ ).

6) Построим следующий столбец таблицы (ход второго игрока).

7) Вторым игроком тут тоже никак не может выиграть (для всех вариантов  $L^2 \leq 169$ ).

8) Обратите внимание на варианты, выделенные в таблице серым фоном: они уже встречались выше в этом же столбце (хотя получены в результате другой последовательности ходов), поэтому дальше не стоит их рассматривать отдельно.

9) Строим таблицу для третьего хода (первый игрок); для сокращения записи не будем выписывать все возможные ходы, если мы нашли выигрышный ход из этой позиции (выделен синим фоном):

|            | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок |
|------------|--------------|--------------|--------------|
| (5,2) 29   | (8,2) 68     | (11,2) 125   | (14,2) 200   |
|            |              | (8,5) 89     | (11,5) 146   |
|            |              |              | (8,8) 128    |
|            |              |              | (8,9) 145    |
|            |              | (8,6) 100    | (11,6) 157   |
|            |              |              | (8,9) 145    |
|            | (8,10) 164   |              |              |
|            | (5,5) 50     | (8,5) 89     |              |
|            |              | (5,8) 89     | (5,12) 169   |
|            |              | (5,9) 106    | (5,12) 169   |
|            | (5,6) 61     | (8,6) 100    |              |
|            |              | (5,9) 106    |              |
| (5,10) 125 |              | (5,13) 196   |              |

10) Видим, что в некоторых случаях первый игрок может выиграть уже на втором ходу, однако это не гарантируется, значит, нельзя утверждать, что первый игрок всегда выигрывает.

11) Легко проверить, что во всех оставшихся позициях (если первый не выиграл) второй игрок выигрывает своим следующим ходом:

|            | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (5,2) 29   | (8,2) 68     | (11,2) 125   | (14,2) 200   |              |
|            |              | (8,5) 89     | (11,5) 146   | (14,5) 221   |
|            |              |              | (8,8) 128    | (11,8) 185   |
|            |              |              | (8,9) 145    | (11,9) 202   |
|            |              | (8,6) 100    | (11,6) 157   | (14,6) 232   |
|            |              |              | (8,9) 145    |              |
|            | (8,10) 164   |              | (11,10) 221  |              |
|            | (5,5) 50     | (8,5) 89     |              |              |
|            |              | (5,8) 89     | (5,12) 169   |              |
|            |              | (5,9) 106    | (5,12) 169   |              |
|            | (5,6) 61     | (8,6) 100    |              |              |
|            |              | (5,9) 106    |              |              |
| (5,10) 125 |              | (5,13) 196   |              |              |

12) Теперь осталось выполнить самое главное — сделать анализ этой таблицы и определить, кто же выиграет, если оба играют лучшим для себя образом.

13) Из таблицы следует, что второй игрок выигрывает (своим вторым ходом), если ему удастся свести ситуацию к положению (8,5) или (8,6).

14) Далее замечаем, что **при любом ходе** первого игрока второй может добиться нужной ему позиции (показаны варианты в зависимости от первого хода):

(8,2) → (8,5) или (5,5) → (8,5) или (5,6) → (8,6)  
 (8,2) → (8,6)

и выиграть вторым ходом.

15) Таким образом, при правильной игре выигрывает **второй игрок**, для этого при любом ходе первого игрока ему достаточно свести ситуацию к положению (8,5) или (8,6); такая возможность у него есть.

Итак, у нас получилось, что выигрывает второй игрок. В ответе на каждом ходу нужно привести все возможные ходы первого игрока и на каждый из этих ходов дать выигрышный ответ второго. В первом столбце стандартной таблицы записываем начальную позицию. Из этого положения у первого игрока есть 3 варианта хода, записываем их во второй столбец:

|                   | Первый ход                       | Второй ход                   | Третий ход                       | Четвертый ход                |
|-------------------|----------------------------------|------------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| Стартовая позиция | Первый игрок (все варианты хода) | Второй игрок, выигрышный ход | Первый игрок (все варианты хода) | Второй игрок, выигрышный ход |
| (5,2) 29          | (8,2) 68                         |                              |                                  |                              |
|                   | (5,5) 50                         |                              |                                  |                              |
|                   | (5,6) 61                         |                              |                                  |                              |

Обратите внимание, что мы перечислили **все** возможные ходы первого игрока, как и требуется.

Теперь на каждый возможный ход первого игрока во втором столбце записываем выигрышный ответ второго, то есть такой ответ, который приводит второго к выигрышу, и подчеркиваем его (или как-то выделяем по-другому, чтобы показать, что это выигрышный ход):

|                   | Первый ход                       | Второй ход                   | Третий ход                       | Четвертый ход                |
|-------------------|----------------------------------|------------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| Стартовая позиция | Первый игрок (все варианты хода) | Второй игрок, выигрышный ход | Первый игрок (все варианты хода) | Второй игрок, выигрышный ход |
| (5,2) 29          | (8,2) 68                         | <u>(8,5)</u> 89              |                                  |                              |
|                   | (5,5) 50                         | <u>(8,5)</u> 89              |                                  |                              |
|                   | (5,6) 61                         | <u>(8,6)</u> 100             |                                  |                              |

### Возможные ловушки и проблемы

- Нужно уметь правильно считать, часто в работах встречаются арифметические ошибки, которые приводят к неверному решению.
- Таблица получается довольно громоздкой; чтобы не запутаться, лучше оставлять в ней только те данные, которые действительно влияют на решение (как мы делали выше).
- Обнаружив, что первый игрок выигрывает в некоторых вариантах на втором ходу, можно (напрасно!) обрадоваться и записать неверный ответ (помните, что факт выигрыша в каких-то случаях еще не означает, что этот игрок выиграет всегда).
- Необходимо проверить, при любом ли ходе первого игрока второй игрок (в нашей задаче) может получить нужную для себя ситуацию; например, мог быть вариант, когда для первого хода (5,5) при любом ходе второго игрока выигрывал первый, это означало бы, что при правильной игре первый всегда победит.
- Известные примеры задач ЕГЭ этого типа показывают, что второй игрок почему-то выигрывает чаще ☺, но на это нельзя рассчитывать, именно в вашем варианте может быть по-другому.

### Как правильно оформить решение

- Нужно обязательно написать ответ СЛОВАМИ, например, “Выиграет игрок, который делает второй ход”.
- Нужно обязательно привести ВСЕ варианты ходов первого игрока и доказать, что во всех случаях у второго (в данной задаче!) есть выигрышный ход.
- В решении должна быть СЛОВАМИ описана стратегия игры второго игрока — “как он должен играть, чтобы выиграть”.
- Рекомендуется записывать ходы в таблицу, точно совпадающую с той, которая приводится в официальном решении демоварианта; для эксперта этот вариант будет гарантированно понятен и привычен.

В четвертом столбце нужно перечислить **все варианты** (обязательно все!) второго хода первого игрока в ответ на указанный выигрышный ход второго:

|                   | Первый ход                          | Второй ход                      | Третий ход                          | Четвертый ход                   |
|-------------------|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| Стартовая позиция | Первый игрок<br>(все варианты хода) | Второй игрок,<br>выигрышный ход | Первый игрок<br>(все варианты хода) | Второй игрок,<br>выигрышный ход |
| (5,2) 29          | (8,2) 68                            | <u>(8,5)</u> 89                 | (11,5) 146                          |                                 |
|                   |                                     |                                 | (8,8) 128                           |                                 |
|                   |                                     |                                 | (8,9) 145                           |                                 |
|                   | (5,5) 50                            | <u>(8,5)</u> 89                 | (11,5) 146                          |                                 |
|                   |                                     |                                 | (8,8) 128                           |                                 |
|                   |                                     |                                 | (8,9) 145                           |                                 |
|                   | (5,6) 61                            | <u>(8,6)</u> 100                | (11,6) 157                          |                                 |
|                   |                                     |                                 | (8,9) 145                           |                                 |
|                   |                                     |                                 | (8,10) 164                          |                                 |

Остается добавить в последний столбец (один!) выигрышный ход второго игрока. Обратите внимание, что для выигрывающего игрока достаточно указать только один выигрышный ход, а для проигрывающего нужно рассмотреть все ходы на каждом шаге.

|                   | Первый ход                          | Второй ход                      | Третий ход                          | Четвертый ход                   |
|-------------------|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| Стартовая позиция | Первый игрок<br>(все варианты хода) | Второй игрок,<br>выигрышный ход | Первый игрок<br>(все варианты хода) | Второй игрок,<br>выигрышный ход |
| (5,2) 29          | (8,2) 68                            | <u>(8,5)</u> 89                 | (11,5) 146                          | <u>(14,5)</u> 221               |
|                   |                                     |                                 | (8,8) 128                           | <u>(11,8)</u> 185               |
|                   |                                     |                                 | (8,9) 145                           | <u>(11,9)</u> 202               |
|                   | (5,5) 50                            | <u>(8,5)</u> 89                 | (11,5) 146                          | <u>(14,5)</u> 221               |
|                   |                                     |                                 | (8,8) 128                           | <u>(11,8)</u> 185               |
|                   |                                     |                                 | (8,9) 145                           | <u>(11,9)</u> 202               |
|                   | (5,6) 61                            | <u>(8,6)</u> 100                | (11,6) 157                          | <u>(14,6)</u> 232               |
|                   |                                     |                                 | (8,9) 145                           | <u>(11,9)</u> 202               |
|                   |                                     |                                 | (8,10) 164                          | <u>(11,10)</u> 221              |

После таблицы обязательно опишите стратегию игры словами:

“Выигрывает игрок, который делает второй ход. Таблица содержит все варианты хода первого игрока. Из нее видно, что при любом ходе первого игрока у второго есть ход, приводящий к победе”.

#### За что снимают баллы

- Если вы правильно указали выигрывающего игрока, но не привели никакого обоснования, эксперт поставит 0 баллов.
- Не описана стратегия выигрывающего игрока (как именно ему нужно ходить).
- Не проведен полный анализ возможных ходов обоих игроков (рассмотрены не все случаи ответных ходов).

#### Решение (вариант 2, неполное дерево игры, “поиск в глубину”)

1) В отличие от предыдущего способа будем строить дерево “в глубину”, то есть доходить до выигрыша одного из игроков, и только потом переходить к следующей ветке.

2) Рассмотрим первый ход первого игрока:

|          | Первый игрок |
|----------|--------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     |

3) Теперь рассматриваем первый возможный ответ второго игрока (увеличение **x** на 3):

|          | Первый игрок | Второй игрок |
|----------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     | (11,2) 125   |

4) Видим, что в этой ситуации следующим ходом первый игрок выигрывает:

|          | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок      |
|----------|--------------|--------------|-------------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     | (11,2) 125   | <u>(14,2)</u> 200 |

Таким образом, эту ветку дерева мы рассмотрели до конца.

5) Теперь анализируем второй возможный ответ второго игрока:

|          | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок      |
|----------|--------------|--------------|-------------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     | (11,2) 125   | <u>(14,2)</u> 200 |
|          |              | (8,5) 89     |                   |

6) Перебор вариантов показывает, что следующим ходом первый игрок никак не может выиграть, в таблице перечислены все его возможные ходы:

|          | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок      |
|----------|--------------|--------------|-------------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     | (11,2) 125   | <u>(14,2)</u> 200 |
|          |              | (8,5) 89     | (11,5) 146        |
|          |              |              | (8,8) 128         |
|          |              | (8,9) 145    |                   |

7) В то же время своим следующим ходом второй игрок выигрывает при любом ответе первого, увеличивая координату **x** на 3:

|          | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     | (11,2) 125   | (14,2) 200   |              |
|          |              | (8,5) 89     | (11,5) 146   | (14,5) 221   |
|          |              |              | (8,8) 128    | (11,8) 185   |
|          |              |              | (8,9) 145    | (11,9) 202   |

Таким образом, если второй игрок свел ситуацию к позиции (8,5), он выиграет, потому что при любом ответе первого игрока у второго есть выигрышный ход; поэтому (8,5) — это выигрышный ход второго игрока в том случае, когда первый игрок походил (8,2).

Заметим, что в позиции (8,2) у второго игрока есть еще один ход — (8,6), но его уже можно не рассматривать, поскольку мы уже нашли один выигрышный ход — (8,5), этого достаточно.

8) Теперь рассматриваем второй возможный ход первого игрока в исходной позиции:

|          | Первый игрок |
|----------|--------------|
| (5,2) 29 | (5,5) 50     |

9) Сразу замечаем, что второй игрок, увеличив  $y$  на 3, может своим ходом сразу свести игру к позиции (8,5), которая обеспечивает его выигрыш (см. выше), поэтому дальше эту ветку можно не рассматривать.

|          | Первый игрок | Второй игрок |
|----------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (5,5) 50     | (8,5) 89     |

10) Остается третий возможный ход первого игрока из начального положения: (5,6)

|          | Первый игрок |
|----------|--------------|
| (5,2) 29 | (5,6) 61     |

11) Видим, что из положения (5,6) не удастся свести игру к уже рассмотренной выигрышной позиции (8,5), поэтому нужно проверить все возможные ответы второго игрока и попытаться найти среди них выигрышный ход.

12) Чтобы максимально сократить перебор, сначала рассмотрим вариант хода второго игрока, который

ближе всего к известной выигрышной позиции (8,5), — это ход (8,6):

|          | Первый игрок | Второй игрок |
|----------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (5,6) 61     | (8,6) 100    |

13) Проверяем все возможные ответы первого игрока и выясняем, что он не может выиграть сразу, одним ходом:

|          | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок |
|----------|--------------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (5,6) 61     | (8,6) 100    | (11,6) 157   |
|          |              |              | (8,9) 145    |
|          |              |              | (8,10) 164   |

14) А второй игрок своим следующим ходом всегда выигрывает, увеличивая  $x$  на 3:

|          | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (5,6) 61     | (8,6) 100    | (11,6) 157   | (14,6) 232   |
|          |              |              | (8,9) 145    | (11,9) 202   |
|          |              |              | (8,10) 164   | (11,10) 221  |

Поэтому (8,6) — это выигрышный ход второго игрока в ответ на первый ход (5,6).

15) Таким образом, при правильной игре выиграет второй игрок, для этого при любом ходе первого игрока ему достаточно свести ситуацию к положению (8,5) или (8,6); такая возможность у него есть.

16) Остается только записать ответ в виде таблицы и текстового пояснения, как показано выше.

### Решение (вариант 3, графический)

1) В задачах на движение фишки можно применить графический метод<sup>1</sup>, немного измененный и упрощенный, в сравнении с оригинальным вариантом.

2) Обозначим начальное положение точки на плоскости белым кружком:

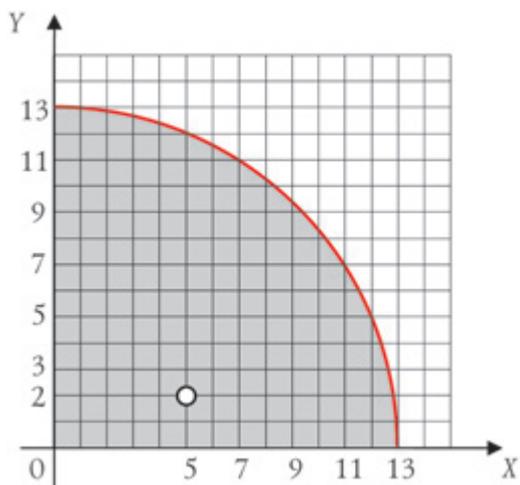
<sup>1</sup> Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ-2010. Информатика. Тематическая рабочая тетрадь. М: Экзамен, 2010.

### Рекомендации

• Этот способ решения позволяет очень удобно записывать промежуточные результаты на листике, даже не строя громоздкую таблицу:

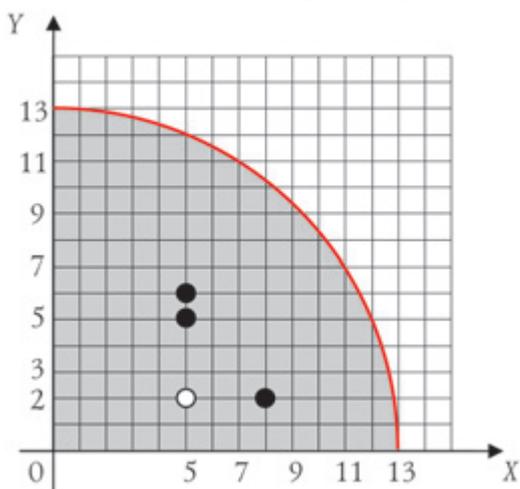
| 0        | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (5,2) 29 | (8,2) 68     | (11,2) 125   | (14,2) 200   |              |
|          |              | (8,5) 89     | (11,5) 146   | (14,5) 221   |
|          |              |              | (8,8) 128    | (11,8) 185   |
|          |              |              | (8,9) 145    | (11,9) 202   |
|          | (5,5) 50     | (8,5) 89     |              |              |
|          | (5,5) 50     | (8,6) 100    | (11,6) 157   | (14,6) 232   |
|          |              |              | (8,9) 145    | (8,9) 202    |
|          |              |              | (8,10) 164   | (8,10) 221   |

• Тем не менее окончательный ответ для эксперта желательно записать в виде “стандартной” таблицы и (обязательно!) следующего за ней текстового комментария.

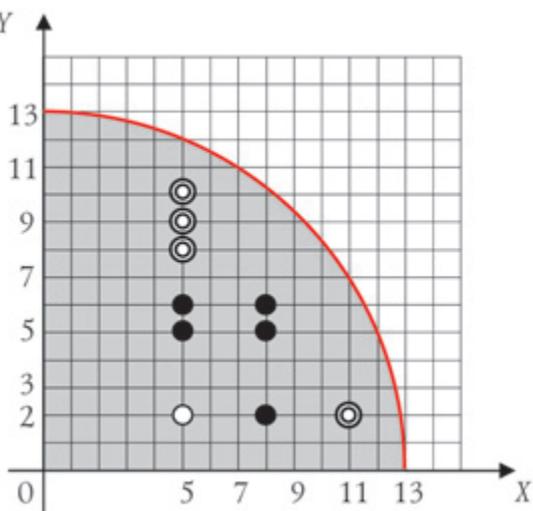


Поскольку при каждом ходе координаты увеличиваются, можно рассматривать только первый квадрант плоскости; задача — очередным ходом выйти за границу, обозначенную красной линией.

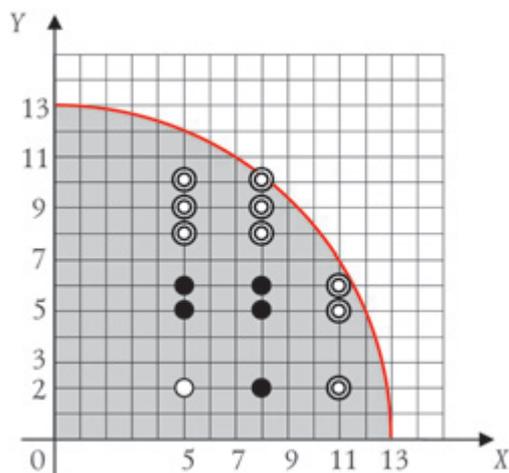
3) Нанесем на плоскость точки, куда можно попасть за один ход, и обозначим их черными кружками:



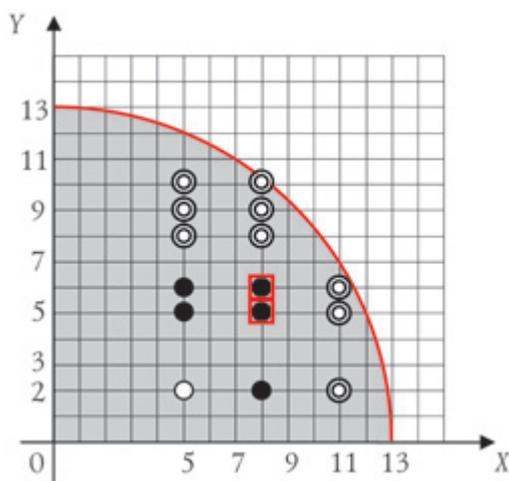
4) Далее отметим все точки, в которые можно “допрыгнуть” за два хода; некоторые из этих точек позволяют следующим ходом “выпрыгнуть” за красную границу (или хотя бы на красную линию, например, в точку (12,5)), такие точки обозначим кружками с двойной границей — это **выигрышные** позиции.



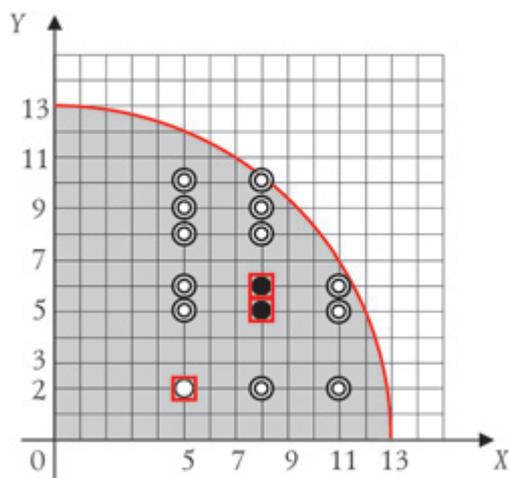
5) Теперь отмечаем все новые (неотмеченные) точки, куда можно “допрыгнуть” за один ход из черных точек; все эти позиции **выигрышные**, то есть следующим ходом очередной игрок выигрывает.



6) **Ключевой момент:** находим на плоскости черные точки, из которых **ВСЕ** ходы ведут к выигрышным позициям; в данном случае это точки (8,5) и (8,6), — это **проигрышные** позиции, поскольку **ЛЮБОЙ** очередной ход приводит в выигрышную позицию; обводим эти точки на рисунке рамкой:



7) Теперь отмечаем двойной линией все точки, из которых можно сразу (за 1 ход) перейти (перевести игру) в одну из проигрышных (для соперника) позиций, — это точки (5,5), (5,6) и (8,2).



8) Все черные точки использованы, и получилось так, что ВСЕ возможные ходы первого игрока в начальной ситуации ведут в выигрышные позиции, то есть начальная позиция (5,2) — **проигрышная**, ее тоже можно обвести в красную рамку.

9) Таким образом, при правильной игре выиграет **второй игрок**, для этого при любом ходе первого игрока ему достаточно свести ситуацию к положению (8,5) или (8,6); такая возможность у него есть.

10) Теперь для каждого хода первого игрока нужно указать выигрышный ход второго, который переводит игру в проигрышную позицию.

|       | Первый игрок | Второй игрок |
|-------|--------------|--------------|
| (5,2) | (8,2)        | (8,5)        |
|       | (5,5)        | (8,5)        |
|       | (5,6)        | (8,6)        |

11) Далее, как и в предыдущих способах решения, обязательно нужно расписать все возможные ответы первого игрока (Третий ход) и выигрышные ходы второго игрока для этих вариантов.

### Возможные проблемы

- Нужна клетчатая бумага.
- У вас может не быть циркуля, поэтому строить окружность придется по точкам.
- Легко ошибиться, если есть точки на самой окружности или очень близко к ней.
- Неудобно использовать при большом радиусе окружности (например, 35).
- Неудобно отмечать точки разными значками, легко запутаться.

### Еще один пример задания

Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 3, а во второй — 4 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 2 раза число камней в какой-то кучке, или увеличивает на 4 число камней в одной из кучек. Игрок, после хода которого общее число камней в двух кучках становится не менее 25, **проигрывает**. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

### Решение

1) Обратите внимание на выделенное слово в условии задачи: тот, кто получил 25 или больше камней в обеих кучках, **проигрывает**.

2) Как вынудить противника набрать 25 камней или больше? За 1 ход число камней увеличивается по меньшей мере на 3 (если в первой кучке еще 3 камня) или даже на 4, поэтому требуется своим очередным ходом сделать в двух кучках количество камней 22, 23 или 24 (если первая кучка уже содержит более трех камней, то можно и 21!).

3) Применим “поиск в глубину”, будем рассматривать возможные ходы, начиная с тех, при которых получается большая сумма (чтобы ветка быстрее закончилась).

4) Рассмотрим первый ход первого игрока:

|         | Первый игрок |
|---------|--------------|
| (3,4) 7 | (7,4) 11     |

5) Теперь рассматриваем первый возможный ответ второго игрока:

|         | Первый игрок | Второй игрок |
|---------|--------------|--------------|
| (3,4) 7 | (7,4) 11     | (14,4) 18    |

6) В этой ситуации у первого игрока есть выигрышный ход — такой, при котором все ответы второго игрока приводят к его проигрышу:

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок   |
|---------|--------------|--------------|--------------|--|
| (3,4) 7 | (7,4) 11     | (14,4) 18    | (14,8) 22    | (28,8) 36 ×<br>(18,8) 26 ×<br>(14,16) 30 ×<br>(14,12) 26 × |

Таким образом, эту ветку дерева мы рассмотрели до конца.

7) Теперь анализируем второй возможный ответ второго игрока и все ответы первого:

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок                          |
|---------|--------------|--------------|---------------------------------------|
| (3,4) 7 | (7,4) 11     | (14,4) 18    | (14,8) 22                             |
|         |              | (11,4) 15    | (22,4) 26 ×<br>(15,4) 19<br>(11,8) 19 |

8) Из таблицы видим, что при ответе (22,4) первый игрок проигрывает сразу; однако на два других хода второй игрок может ответить так, что сам он не проиграет (сумма равна 23), а первый игрок проиграет следующим ходом:

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок   | Первый игрок   |
|---------|--------------|--------------|--------------|--|--|
| (3,4) 7 | (7,4) 11     | (14,4) 18    | (14,8) 22    |  |  |
|         |              | (11,4) 15    | (22,4) 26 ×  |  |  |
|         |              |              | (15,4) 19    | (15,8) 23  | (30,8) 38 ×<br>(19,8) 27 ×<br>(15,16) 31 ×<br>(15,12) 27 × |
|         |              | (11,8) 19    | (11,12) 23   | (11,24) 35 ×<br>(22,12) 34 ×<br>(11,16) 27 ×<br>(15,12) 27 × |  |

9) Из приведенной таблицы следует, что при первом ходе первого игрока (7,4) выиграет второй — у него есть ход (11,4), который приводит к выигрышу (остальные возможные ответы можно уже не рассматривать!).

10) Итак, первый игрок не может ходить (7,4), поскольку при этом он проиграет; посмотрим, что будет при первом ходе (6,4): второй может ответить (12,4), при одном из вариантов первый проиграет сразу же:

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок                          |
|---------|--------------|--------------|---------------------------------------|
| (3,4) 7 | (6,4) 10     | (12,4) 16    | (24,4) 28 ×<br>(16,4) 20<br>(12,8) 20 |

11) На оставшиеся два варианта ответа первого игрока у второго есть ход (16,8), который вынуждает первого проиграть на следующем ходу.

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок   |
|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|--|
| (3,4) 7 | (6,4) 10     | (12,4) 16    | (24,4) 28 ×  |              |  |
|         |              |              | (16,4) 20    | (16,8) 24    | (32,8) 40 ×<br>(20,8) 28 ×<br>(16,16) 32 ×<br>(16,12) 26 × |
|         |              |              | (12,8) 20    |              |  |

Таким образом, при первом ходе (6,4) также выигрывает второй игрок.

12) У первого игрока остался еще один возможный первый ход – (3,8), проверим его; если этот ход окажется выигрышным, то в игре победит первый игрок, если нет – то второй.

13) Если на (3,8) второй отвечает (3,16), первый игрок может получить 23 камня в обеих кучках ходом (3,20) и выигрывает:

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок   |
|---------|--------------|--------------|--------------|--|
| (3,4) 7 | (3,8) 11     | (3,16) 19    | (3,20) 23    | (3,40) 43 ×<br>(3,24) 27 ×<br>(7,20) 27 ×<br>(6,20) 26 × |

14) Однако ответ второго (3,12) приводит к тому, что при любом ответе первого он проигрывает сразу или через один ход:

|         | Первый игрок | Второй игрок | Первый игрок | Второй игрок   | Первый игрок   |
|---------|--------------|--------------|--------------|--|--|
| (3,4) 7 | (3,8) 11     | (3,16) 19    | (3,20) 23    |  |  |
|         |              | (3,12) 15    | (3,24) 27 ×  |  |  |
|         |              |              | (3,16) 19    | (6,16) 22  | (6,32) 38 ×<br>(6,20) 26 ×<br>(12,16) 28 ×<br>(10,16) 26 ×   |
|         |              |              | (6,12) 18    | (12,12) 24   | (12,24) 36 ×<br>(12,16) 28 ×<br>(24,12) 36 ×<br>(16,12) 28 × |
|         |              | (7,12) 19    | (11,12) 23   | (11,24) 35 ×<br>(11,16) 27 ×<br>(22,12) 34 ×<br>(15,12) 27 × |  |

15) Таким образом, **выигрывает второй игрок**; своим первым ходом ему нужно свести игру к позиции (11,4), (12,4) или (3,12), а вторым ходом – к одной из позиций (15,8), (16,8), (11,12), (12,12) или (6,16).

16) Итоговая таблица, в которой указаны выигрышные ходы второго игрока и все возможные ответы первого игрока, приведена на следующей странице.

|         | Первый игрок | Второй игрок     | Первый игрок | Второй игрок      | Первый игрок   |
|---------|--------------|------------------|--------------|-------------------|--|
| (3,4) 7 | (3,8) 11     | <u>(3,12)</u> 15 | (3,24) 27 ×  |                   |  |
|         |              |                  | (3,16) 19    | <u>(6,16)</u> 22  | (6,32) 38 ×<br>(6,20) 26 ×<br>(12,16) 28 ×<br>(10,16) 26 ×   |
|         |              |                  | (6,12) 18    | <u>(12,12)</u> 24 | (12,24) 36 ×<br>(12,16) 28 ×<br>(24,12) 36 ×<br>(16,12) 28 × |
|         |              |                  | (7,12) 19    | <u>(11,12)</u> 23 | (11,24) 35 ×<br>(11,16) 27 ×<br>(22,12) 34 ×<br>(15,12) 27 × |
|         | (7,4) 11     | <u>(11,4)</u> 15 | (22,4) 26 ×  |                   |  |
|         |              |                  | (15,4) 19    | <u>(15,8)</u> 23  | (30,8) 38 ×<br>(19,8) 27 ×<br>(15,16) 31 ×<br>(15,12) 27 ×   |
|         |              |                  | (11,8) 19    | <u>(11,12)</u> 23 | (11,24) 35 ×<br>(22,12) 34 ×<br>(11,16) 27 ×<br>(15,12) 27 × |
|         | (7,4) 11     | <u>(11,4)</u> 15 | (22,4) 26 ×  |                   |  |
|         |              |                  | (15,4) 19    | <u>(15,8)</u> 23  | (30,8) 38 ×<br>(19,8) 27 ×<br>(15,16) 31 ×<br>(15,12) 27 ×   |
|         |              |                  | (11,8) 19    | <u>(11,12)</u> 23 | (11,24) 35 ×<br>(22,12) 34 ×<br>(11,16) 27 ×<br>(15,12) 27 × |

## Задачи для тренировки<sup>2</sup>:

1) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 1, а во второй — 2 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то куче, или добавляет 2 камня в какую-то кучу. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучах становится не менее 17 камней. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

### <sup>2</sup> Источники заданий:

1. Демонстрационные варианты ЕГЭ 2004–2009 гг.
2. Гусева И.Ю. ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. СПб: Тригон, 2009.
3. Крылов С.С., Лещинер В.Р., Якушкин П.А. ЕГЭ-2010. Информатика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / под ред. В.Р. Лещинера / ФИПИ. М.: Интеллект-центр, 2010.
4. Крылов С.С., Ушаков Д.М. ЕГЭ-2010. Информатика. Тематическая рабочая тетрадь. М.: Экзамен, 2010.
5. Якушкин П.А., Ушаков Д.М. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ-2010. Информатика. М.: Астрель, 2009.

2) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 3, а во второй — 2 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то кучке, или добавляет 1 камень в какую-то кучку. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучах становится не менее 16 камней. Кто выигрывает при безошибочной игре — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

3) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 4, а во второй — 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то кучке, или добавляет 2 камня в какую-то кучку. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучах становится не менее 24 камней. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

4) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат три кучки камней, в первой из которых 2, во второй — 3, в третьей — 4 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или удваивает число камней в какой-то кучке, или добавляет по два камня в каждую из кучек. Выигрывает игрок, после хода которого либо в одной из кучек становится не менее 15 камней, либо общее число камней во всех трех кучках становится не менее 25. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

5) Даны три кучки камней, содержащих соответственно 2, 3 и 4 камня. За один ход разрешается или удвоить количество камней в меньшей кучке (если их две — то в каждой из них), или добавить по 1 камню в каждую из всех трех кучек. Выигрывает тот игрок, после хода которого во всех трех кучках суммарно становится не менее 23 камней. Игроки ходят по очереди. Выяснить, кто выигрывает при правильной игре — первый или второй игрок.

6) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 3, а во второй — 4 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Ходят игроки по очереди. Делая очередной ход, игрок или увеличивает в какой-то кучке число камней в 2 раза, или добавляет в какую-то кучку 3 камня. Выигрывает тот игрок, после хода которого общее число камней в двух кучках становится не менее 23. Кто выиграет — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий второй ход?

7) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 2, во второй — 3 камня. У каждого игрока неограниченное количество камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает число камней в какой-то кучке в 3 раза, или добавляет 3 камня в любую из кучек. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучках становится не менее 33. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

8) Даны две горки фишек, содержащих соответственно 2 и 4 фишки. За один ход разрешается или удвоить количество фишек в какой-нибудь горке, или добавить по две фишки в каждую из двух горок. Выигрывает тот игрок, после чьего хода в двух горках суммарно становится не менее 24 фишек. Игроки ходят по очереди. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

9) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки фишек, в первой из которых 3, а во второй — 5 фишек. У каждого игрока неограниченно много фишек. Ходят игроки по очереди. Делая очередной ход, игрок или увеличивает в какой-то кучке число фишек в 2 раза, или добавляет в какую-то кучку 2 фишки. Выигрывает тот игрок, после хода которого общее число фишек в двух кучках становится не менее 21. Кто выиграет — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий второй ход?

10) Даны три кучки камней, содержащие соответственно 3, 4 и 5 камней. За один ход разрешается или удвоить количество камней в меньшей кучке (если таких две — то лишь в одной из них), или добавить 2 камня в большую из кучек (если таких две — то лишь в одну из

них). Выигрывает тот игрок, после хода которого во всех трех кучках суммарно становится не менее 23 камней. Игроки ходят по очереди. Выяснить, кто выигрывает при правильной игре — первый или второй игрок.

11) Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости в точке с координатами  $(0; 1)$  стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из трех точек:  $(x+3; y)$ ,  $(x, y+3)$  или  $(x, y+4)$ . Выигрывает тот игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до начала координат  $(0, 0)$  больше 10 единиц. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

12) Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости в точке с координатами  $(-2; -1)$  стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из трех точек:  $(x+3; y)$ ,  $(x, y+4)$  или  $(x+2, y+2)$ . Выигрывает тот игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до начала координат  $(0, 0)$  больше 9 единиц. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

13) Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости в точке с координатами  $(3; -5)$  стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из трех точек:  $(x+3; y)$ ,  $(x, y+4)$  или  $(x, y+5)$ . Выигрывает тот игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до начала координат  $(0, 0)$  не меньше 10 единиц. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

14) Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости в точке с координатами  $(-3; 2)$  стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из трех точек:  $(x+5; y)$ ,  $(x, y+4)$  или  $(x+3, y+3)$ . Выигрывает тот игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до начала координат  $(0, 0)$  больше 12 единиц. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

15) Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости в точке с координатами  $(0; -4)$  стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из трех точек:  $(x+4; y)$ ,  $(x, y+4)$  или  $(x+4, y+4)$ . Выигрывает тот игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до начала координат  $(0, 0)$  больше 12 единиц. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?

16) Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости в точке с координатами  $(2; 3)$  стоит фишка. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из трех точек:  $(2x; y)$ ,  $(x, 2y)$  или  $(x, y+2)$ . Выигрывает тот игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до начала координат  $(0, 0)$  больше 13 единиц. Кто выигрывает — игрок, делающий ход первым, или игрок, делающий ход вторым?